**Bài Tập Chương N°1.1: Bài toán đếm**

**-Bài 1: AS\_12\_:**

+ AS\_: có 26 cách chọn cho chỗ trống còn lại.

+ 12\_: có 10 cách chọn cho chỗ trống còn lại.

+Hoán vị: 3!

* 26.10.3! = 1560 biển số khác nhau có thể phù hợp với mô tả.

**-Bài 2:** 09 BB XXX XXX:

+ B có 2 cách chọn : cách.

+ X có 10 cách chọn : cách.

* Ta có: . = 4000000 Sim có số điện thoại khác nhau được thành lập.

**-Bài 3:** Mỗi vé số có dạng AA.99999:

+ A đại diện cho ký tự chữ cái: có 26 cách chọn => AA: = 676 cách chọn.

+ ‘9’ đại diện cho 1 trong các chữ số: có 10 cách chọn. => ‘99999’:= 1000000 cách chọn

* Xác xuất trúng giải đặc biệt:

P = = 1,48.

**-Bài 4:**

+ Gọi A là tập hợp các gia đình ở Mỹ có ít nhất 1 TV.

+ Gọi B là tập hợp các gia đình ở Mỹ có ít nhất 1 ĐT.

Ta áp dụng công thức : |A B| = | A | + | B | - |A B|

⬄ |A B| = 96% + 98% - 95% = 99%

* Tỉ lệ gia đình không có ĐT và TV là 100% - 99% = 1%

**-Bài 5:**

1.

+Kí tự đầu là ký tự đầu tiên phải là mẫu tự alphabet vậy ta có 26 cách chọn.

+ Số ký tự cón lại sau ký tự đầu sẽ là từ 5 đến 7: có 36 cách chọn.

* Số lượng password khác nhau được thành lập:

26.+26.+26.= 2.095636728.

2.

+ Có đúng 1 chữ số: có 10 cách chọn.

+ Số ký tự cón lại sau ký tự đầu sẽ là từ 5 đến 7: có 36 cách chọn.

* Số lượng password khác nhau được thành lập:

10.+10.+10.= 8.060141261.

3.

-TH1: có 1 chữ số:

+ Vị trí chữ số: có 10 cách chọn.

+ Số lương ký tự còn lại: có 36 cách chọn.

* Số lượng password trong trường hợp này là:

10.+10.+10.= 8060141261.

-TH2: có từ 2 đến 8 ký tự chữ số:

+ Vị trí chữ số: có 36 cách chọn.

* Số lượng password trong trường hợp này là:

+=

Vậy tổng số lượng password khác nhau để thỏa mãn có ít nhất 1 ký tự số:

8060141261. + = 4.812298034.

**-Bài 6:**

Gọi A, B, C lần lượt là tập hợp các sinh viên làm được câu 1, câu 2, câu 3. Ta có các giả thiết sau:

|A| = 40 (số sinh viên làm được câu 1)

|B| = 35 (số sinh viên làm được câu 2)

|C| = 30 (số sinh viên làm được câu 3)

|A ∪ B ∪ C| = 50 (tổng số sinh viên)

- Số sinh viên làm được cả ba câu (A ∩ B ∩ C) được tính bằng:

|A ∩ B ∩ C| = |A| + |B| + |C| - |A ∪ B| - |A ∪ C| - |B ∪ C| + |A ∪ B ∪ C|

|A ∪ B| = |A| + |B| - |A ∩ B| ≤ 40 + 35 - |A ∩ B| (vì số sinh viên không thể vượt quá tổng số sinh viên)

|A ∪ C| = |A| + |C| - |A ∩ C| ≤ 40 + 30 - |A ∩ C|

|B ∪ C| = |B| + |C| - |B ∩ C| ≤ 35 + 30 - |B ∩ C|

Do đó:

|A ∩ B ∩ C| ≤ |A| + |B| + |C| - |A ∪ B| - |A ∪ C| - |B ∪ C|

= 40 + 35 + 30 - (40 + 35 - |A ∩ B|) - (40 + 30 - |A ∩ C|) - (35 + 30 - |B ∩ C|)

= 40 + 35 + 30 - 40 - 35 + |A ∩ B| - 40 - 30 + |A ∩ C| - 35 - 30 + |B ∩ C|

= |A ∩ B| + |A ∩ C| + |B ∩ C|

Tuy nhiên:

+(A ∩ B) 40

+ Số sinh viên làm được câu 1 và câu 3: (A ∩ C) 40.

+ Số sinh viên làm được câu 2 và câu 3: (B ∩ C) 35.

Vì vậy, |A ∩ B ∩ C| |A ∩ B| + |A ∩ C| + |B ∩ C| 40 + 40 + 35 = 115.

Tuy nhiên, số sinh viên trong lớp học là 50, vì vậy |A ∩ B ∩ C| 50.

=> số sinh viên làm được cả ba câu không vượt quá 27.

**-Bài 7:**

1. Cô dâu và chú rễ là một đơn vị không thể tách rời. Có 4 vị trí trống và 4 người bạn để đặt vào các vị trí đó:

=> Có 4! = 24 kiểu ảnh khác nhau.

2. Có 4 vị trí trống và 5 người (4 người bạn và cô dâu chú rễ) để đặt vào các vị trí đó:

=> Có 5! = 120 kiểu ảnh khác nhau.

3. Có 4 vị trí trống và 5 người (4 người bạn và cô dâu chú rễ) để đặt vào các vị trí đó. Cô dâu chú rễ có thể đứng ở bất kỳ vị trí nào trong số các vị trí trống.

=> số kiểu ảnh khác nhau: 4! x 4 = 4 \* 3 \* 2 \* 1 \* 4 = 96

**-Bài 8:**

1. Chọn hai điểm từ 12 điểm đã cho để làm đầu mút của mỗi dây cung.

=> C(12, 2) = = 66 dây cung mà các đầu mút là các điểm đã cho trên đường tròn.

2. Chọn ba điểm từ 12 điểm đã cho để làm đỉnh của mỗi tam giác.

=> C(12, 3) = = 220 tam giác mà các đỉnh là các điểm đã cho trên đường tròn.

**-Bài 9:**

1. Để có đúng hai số 0 trong chuỗi nhị phân 8 bit, ta cần chọn hai vị trí từ 8 vị trí để đặt các số 0, và những vị trí còn lại sẽ chứa các số 1.

=> C(8, 2) = = 28 chuỗi nhị phân độ dài 8 bit mà có đúng hai số 0.

2.

TH1: Số chuỗi nhị phân bắt đầu bởi 111:

- Cố định 3 bit đầu tiên là 111, sau đó còn lại 5 bit có thể là bất kỳ giá trị 0 hoặc 1.

=> Có = 32 số chuỗi nhị phân bắt đầu bởi 111.

TH2: Số chuỗi nhị phân kết thúc bởi 000:

- Cố định 3 bit cuối cùng là 000, sau đó còn lại 5 bit có thể là bất kỳ giá trị 0 hoặc 1.

=> Có = 32 số chuỗi nhị phân kết thúc bởi 000.

-Trừ đi số lượng chuỗi nhị phân có 8 bit cả bắt đầu bằng 111 và kết thúc bằng 000, để tránh trùng lặp.

=> Số chuỗi nhị phân mà hoặc bắt đầu bởi 111 hoặc kết thúc bởi 000 là 32 + 32 - 1 = 63.

**-Bài 10:**

1.

- Chúng ta cần chọn 5 phần tử từ tập hợp X có 9 phần tử

=> C(n, k) = = = 126 tập con A của X gồm 5 phần tử.

2.

-Loại bỏ các phần tử nhỏ hơn 3 khỏi tập hợp X. Ta thu được tập hợp X' = {3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

- Số tập con A' của tập hợp X' gồm 4 phần tử (số phần tử còn lại sau khi loại bỏ phần tử bé nhất 3) = Số tập con A của tập hợp X gồm 5 phần tử và phần tử bé nhất là 3.

=> C(n, k) = = 35 tập con A của tập hợp X gồm 5 phần tử và phần tử bé nhất của A là 3.

3.

-Loại bỏ các phần tử lớn hơn hoặc bằng 4 khỏi tập hợp X. Ta thu được tập hợp X' = {1, 2, 3}.

- Số tập con A' của tập hợp X' gồm 5 phần tử = Số tập con A của tập hợp X gồm 5 phần tử và phần tử bé nhất là bé hơn 4.

=> C(n, k) = = 0

Vì số phần tử của tập hợp X' chỉ có 3, nhỏ hơn số phần tử cần chọn (5), nên không có tập con A' nào thỏa mãn yêu cầu. Vậy, không có tập con A của tập hợp X gồm 5 phần tử và phần tử bé nhất là bé hơn 4.

**-Bài 11:**

Gọi X1 là chút chì xanh, X2 là bút chì đỏ, X3 là bút chì vàng

x1 + x2 + x3 = 10;

1.Ta dùng công thức tổ hợp lặp: =

=> = = = 66

2.10 bút chì trong đó có đủ màu:

- Đặt x1’, x2’, x3’ 0;

+ x1= x1’ +1 1

+ x2= x2’ +1 1

+ x3= x3’ +1 1

-Ta có: x1 + x2 + x3 = x1’ + x2’ + x3’ + 3 = 10;

=> = = 36

**-Bài 12:**

1. x1 + x2 + x3 = 10;

-Áp dụng công thức tổ hợp lặp ta có:

=> = = 66

2. x1 + x2 + x3 < 10

- Đặt x4 = 9 - (x1 + x2 + x3) => x1 + x2 + x3 + x4 = 9

- Áp dụng công thức tổ hợp lặp ta có:

=> = =

3. x1 + x2 + x3 = 10, x1 > 4;

- Đặt x1’ =x1 – 5; x2’ = x2; x3’ = x3;

=> x1 + x2 + x3 = x1’ + x2’ +x3’ – 5= 10 => x1 + x2 + x3 = 15

- Áp dụng công thức tổ hợp lặp ta có:

=> = =

**-Bài 13:**

-Đặt a, b, và c lần lượt là các chữ số hàng đơn vị, chục và trăm của số có ba chữ số. Ta có các ràng buộc sau:

+a + b + c = 10: Tổng các chữ số bằng 10.

+0 ≤ a, b, c ≤ 9: Các chữ số phải nằm trong khoảng từ 0 đến 9.

-Số lượng các số tự nhiên có ba chữ số và tổng các chữ số bằng 10 được tính bằng tổ hợp chập 2 của (10 + 3 - 1) với (3 - 1).

=> = 66 số tự nhiên có ba chữ số mà tổng các chữ số bằng 10.

**-Bài 14:**

1.

- Hoán vị của các ký tự trong từ "TOYOTA": 6! = 720.

- Hoán vị ký tự “O” 2 lần: 2!

- Hoán vị ký tự “T” 2 lần: 2!

=> Vậy số từ khác nhau có thể được thành lập từ "TOYOTA" bằng cách hoán vị các ký tự là:

= 180 từ khác nhau có thể được thành lập bằng cách hoán vị các ký tự của từ "TOYOTA".

2.

- Hoán vị của các ký tự trong từ “HOLLYWOOD”: 9! = 362880

- Hoán vị ký tự “O” 3 lần: 3!

- Hoán vị ký tự “L” 2 lần: 2!

=> Vậy số từ khác nhau có thể được thành lập từ " HOLLYWOOD " bằng cách hoán vị các ký tự là:

= 30240 từ khác nhau có thể được thành lập bằng cách hoán vị các ký tự của từ “HOLLYWOOD”.

3.

- Hoán vị của các ký tự trong từ “HIMALAYA”: 8! = 40320

- Hoán vị ký tự “A” 3 lần: 3!

=> Vậy số từ khác nhau có thể được thành lập từ " HIMALAYA " bằng cách hoán vị các ký tự là:

= 6720 từ khác nhau có thể được thành lập bằng cách hoán vị các ký tự của từ “HIMALAYA”.

4.

- Hoán vị của các ký tự trong từ “MISSISSIPPI”: 11! = 39916800

- Hoán vị ký tự “I” 4 lần: 4!

- Hoán vị ký tự “S” 4 lần: 4!

- Hoán vị ký tự “P” 2 lần: 2!

=> Vậy số từ khác nhau có thể được thành lập từ " MISSISSIPPI " bằng cách hoán vị các ký tự là:

= 34650 từ khác nhau có thể được thành lập bằng cách hoán vị các ký tự của từ “MISSISSIPPI”.

**-Bài 15:**

- Chọn chữ số xuất hiện ba lần.

=> Có 10 chữ số khác nhau để chọn, nên có cách chọn chữ số này.

- Chọn chữ số xuất hiện hai lần.

=> Có cách chọn chữ số này.

- Chọn chữ số khác với hai số trên.

=> Có cách chọn chữ số này.

- Sắp xếp các chữ số vào vị trí trong số tự nhiên.

=> Vì số tự nhiên có 6 chữ số và chỉ có 1 chữ số xuất hiện ba lần, 1 chữ số xuất hiện hai lần và 1 chữ số khác với hai số trên, ta có tổng cộng cách sắp xếp.

Vậy có tổng cộng: \* \* \* = 86400 số tự nhiên thỏa mãn yêu cầu đề bài.

**-Bài 16:**

1. Chọn 6 bạn trong tổng số 14 bạn. Như vậy, số cách chọn có thể được tính như sau:

= = 3003

* Có 3003 lựa chọn để chọn 6 người bạn để mời đến bữa tiệc tối của mình trong tổng số 14 người bạn.

2. Chọn 6 người bạn trong tổng số 14 người và xác định vị trí cho họ ngồi dọc bàn. Vì thứ tự chỗ ngồi quan trọng nên chúng ta cần tính số lượng hoán vị. Số cách chọn chỗ ngồi cho 6 bạn dọc theo một chiếc bàn dài là:

= = 720720

* Có 720.720 lựa chọn để chọn 6 người bạn để mời đến bữa tiệc tối của mình và quyết định cho họ ngồi ở đâu dọc theo chiếc bàn dài của bạn trong tổng số 14 người bạn.